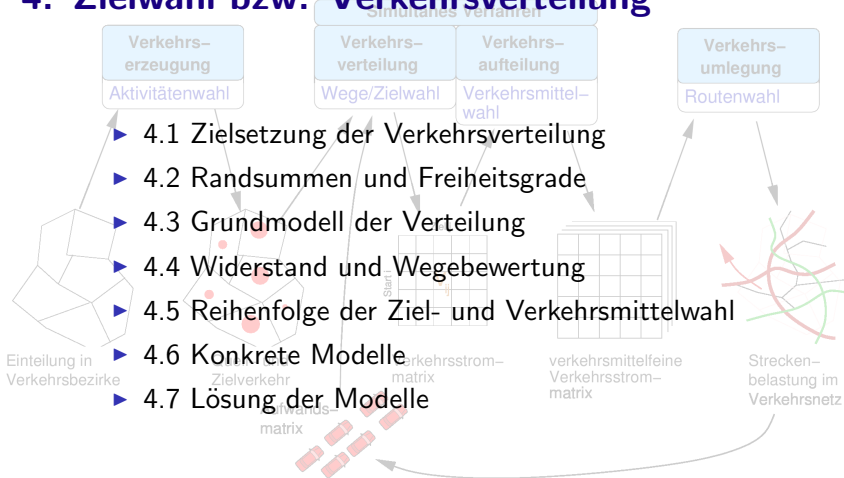


4. Zielwahl bzw. Verkehrsverteilung



4.1 Zielsetzung der Verkehrsverteilung

Ermittlung der Elemente V_{ij} der Verkehrsstrommatrix unter Berücksichtigung der Randsummenbedingungen (RSB). Für harte RSB gilt beispielsweise

$$\sum_j V_{ij} = Q_i \quad \text{Quellsummenbedingung,}$$
$$\sum_i V_{ij} = Z_j \quad \text{Zielsummenbedingung.}$$

- ▶ V_{ij}^g : mittleren Zahl der täglichen Wege von Bezirk i nach Bezirk j , ggf disaggregiert nach QZG g
- ▶ Die RSB sind der Input aus der Aktivitätenwahl/Erzeugung
- ▶ Die **Gesamtmobilität** (in einer QZG) ist durch die "Summen-Summe" $V = \sum_{ij} V_{ij}$ gegeben

4.2 Randsummen und Freiheitsgrade

	$j = 1$	$j = 2$	\cdots	$j = n$	$\sum_{j=1}^n V_{ij} = Q_i$
$i = 1$	V_{11}	V_{12}	\cdots	V_{1n}	Q_1
$i = 2$	V_{21}	V_{22}	\cdots	V_{2n}	Q_2
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
$i = n$	V_{n1}	V_{n2}	\cdots	V_{nn}	Q_n
$\sum_{i=1}^n V_{ij} = Z_j$	Z_1	Z_2	\cdots	Z_n	$V = \sum_{j=1}^n Z_j = \sum_{i=1}^n Q_i$

- ▶ Bei n Bezirken gibt es n^2 Unbekannte V_{ij} bei $2n - 1$ Restriktionen durch die RSB $\Rightarrow (n - 1)^2$ Freiheitsgrade
- ? Warum gibt es $2n - 1$ und nicht $2n$ RSB?
- ▶ Harte Randsummen gibt es für Aktivitäten mit vorgegebenen Ort, also W,A,B,K. Damit haben WA, WB, WK (Typ I) und AW, BW, KW (Typ II) harte RSB.
- ▶ Andere Aktivitäten wie S,E,F haben **weiche** Randsummen \Rightarrow **Lagegunst** spielt eine Rolle \Rightarrow gemischte oder weiche RSB

4.3 Grundmodell der Verteilung

$$V_{ij} \equiv V v_{ij} = V B_{ij} f_i g_j, \quad B_{ij} = B(W_{ij}) \quad \text{Grundmodell der Verteilung}$$

Die Verkehrsströme sind proportional ...

- ▶ zum gesamten täglichen Verkehrsaufkommen $V = \sum_{ij} V_{ij}$ (in der jeweiligen Quelle-Ziel Gruppe)
- ▶ zur **Bewertung** B_{ij} bzw. der Attraktivität des entsprechenden Weges,
- ▶ zu zwei multiplikativen Faktoren f_i und g_j , deren Werte sich aus den Quell- und Zielsummen sowie aus der Art der RSB ergeben: **bilineares Modell**

Ohne Wegebewertung ("alle Wege sind gleich attraktiv", $B_{ij} = 1$, **Zufallsmodell**) ergibt sich $f_i = Q_i/V \equiv q_i$ und $g_j = Z_j/V \equiv z_j$: Der Verkehr $V_{ij} = V q_i z_j$ auf Relation $i \rightarrow j$ ist dann proportional ...

- ▶ zum Gesamtverkehr V
- ▶ zum Anteil q_i des Verkehrs, der aus Bezirk i kommt
- ▶ zum Anteil z_j des Verkehrs, der Bezirk j als Ziel hat

4.4 Widerstand und Wegebewertung

Widerstandsfunktion

Der **Widerstand** eines Weges von i nach j ist eine lineare Funktion der Einflussfaktoren für die Attraktivität, insbesondere die Reisezeit

? Geben Sie weitere Faktoren an!

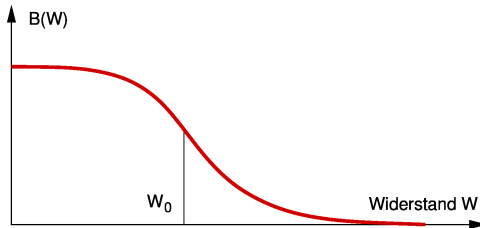
! Kosten, Flexibilität (räumlich, zeitlich), Sicherheit, Zuverlässigkeit, Bequemlichkeit, Opportunität ("kann ich andere Aufgaben gleich miterledigen?")

? Warum ist die Entfernung eher nicht geeignet?

? Welches grundlegende Problem tritt auf, wenn man, wie hier, erst das Ziel und dann das Verkehrsmittel bestimmt?

Wegebewertung

Die **Bewertung** $B(W)$ ist eine i.A. nichtlineare Funktion des Widerstandes



? Warum kann man immer $B(0) = 1$ setzen?

? Welche Plausibilitätsanforderungen sind an $B(W)$ zu stellen?

! $B(0) = 1$, $B'(W) \leq 0$, $\lim_{W \rightarrow \infty} B(W) = 0$

► Häufig verwendete Funktionen sind $B(W) = e^{-W} \Rightarrow$ **Wilson-Modell**
und $B(W) = \min[1, (W_0/W)^E] \Rightarrow$ **Gravitationsmodell**

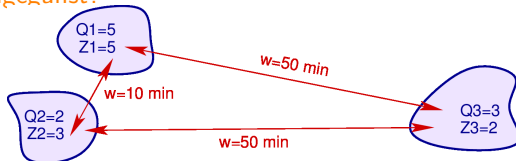
? Checken Sie die Plausibilitätsbedingungen der beiden Modelle. Warum erfüllt das Zufallsmodell diese nicht?

Lagegunst der Bezirke

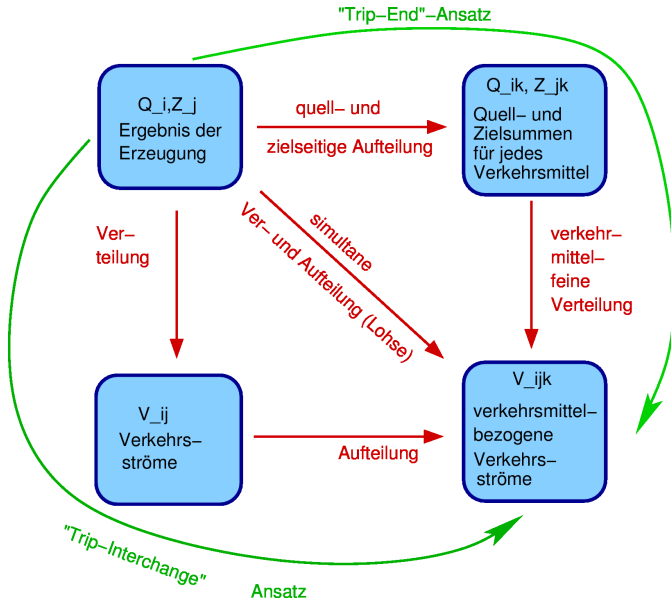
$$L_i = \frac{1}{2V} \sum_j (B_{ij}Z_j + B_{ji}Q_j)$$

Diese Maßzahl für die Lagegunst des Bezirks i geht von 0 ("in the middle of nowhere") bis 1 (Zentralbezirk, "da brummt der Bär").

- ▶ Analog kann man Lagegunstfaktoren nur für den hereinkommenden und herausgehenden Verkehr definieren: $L_i^{\text{ein}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ji}Q_j$ sowie $L_i^{\text{aus}} = \frac{1}{V} \sum_j B_{ij}Z_j$
 - ▶ Wichtig für die flexiblen Aktivitäten wie E,F,S. Attraktive Bezirke bekommen in den entsprechenden QZG mehr Wege ab, als es ihren Quell- bzw. Zielsummen entspricht
- ? Welcher Bezirk hat im abgebildeten Untersuchungsgebiet eine eher schlechte Lagegunst?



4.5 Reihenfolge der Ziel- und Verkehrsmittelwahl



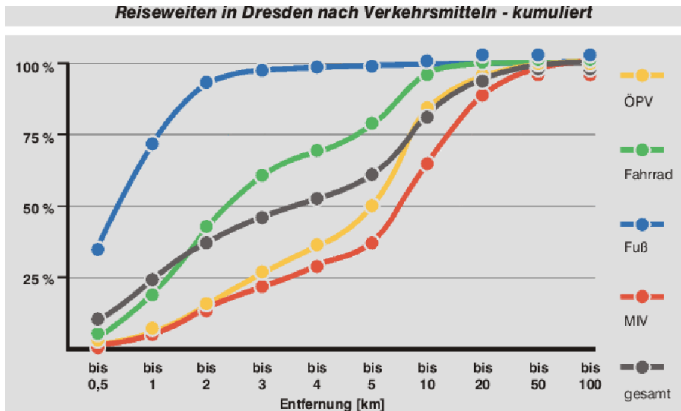
Das Henne-Ei-Problem

- ▶ **Trip-Interchange-Ansatz**: Erst Ziel-, dann Verkehrsmittelwahl (wie hier)
- ▶ **Trip-End-Ansatz**: Erst Verkehrsmittelwahl, dann Zielwahl
- ▶ **Simultane Ziel- und Verkehrsmittelwahl** \Rightarrow nächster Vorlesungssatz

Beschreiben Sie das “Henne-Ei-Problem” bei den ersten beiden Ansätzen

- ▶ Trip-Interchange: Bei der Berechnung der Widerstände ist die Reisezeit wichtig, diese hängt aber stark vom noch unbekanntem Modus ab
- ▶ Trip-End: Die Verkehrsmittelwahl hängt stark vom Zielbezirk, insbesondere von dessen Entfernung zum Startbezirk ab. Das Ziel ist aber noch unbekannt

Beispiel der verkehrsmittelabhängigen Präferenzen



⇒ [zurück zu Wilson-Modell](#)

4.6. Konkrete Modelle

1. Zufallsmodell: $B(W) = 1$

- ▶ Die Weglänge oder andere Widerstandsfaktoren spielen keine Rolle
- ▶ Nur für sehr kleine Untersuchungsgebiete und als akademische Spielerei
- ▶ Einziges Modell, in welchem unabhängig von der Art der RSB immer eine analytische Lösung vorliegt:

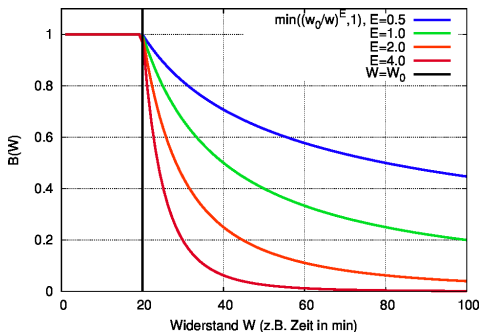
$$v_{ij} = \frac{V_{ij}}{V} = q_i z_j$$

? Stellen Sie einen Bezug zur statistischen Unabhängigkeit von Ereignissen dar!

- ! Da die q_i und z_j relative Quell- und Zielsummen darstellen bzw. ("Gesetz der großen Zahlen") die Wahrscheinlichkeit, dass im Untersuchungsgebiet eine Fahrt von Bezirk i beginnt bzw. in j endet, entspricht $v_{ij} = q_i z_j$ direkt der Definition der statistischen Unabhängigkeit: Wahrscheinlichkeit v_{ij} eines Weges von i nach j gleich des Produktes der Einzelereignisse "Start von i " und "Ziel in j "

Konkrete Modelle 2: Gravitationsmodell

$$B(W) = \min \left[1, \left(\frac{W_0}{W} \right)^E \right] \quad \text{Gravitationsmodell}$$



Zwei Parameter:

- ▶ Exponent E
- ▶ kritischer Widerstand W_0 , ab der die Bewertung abnimmt

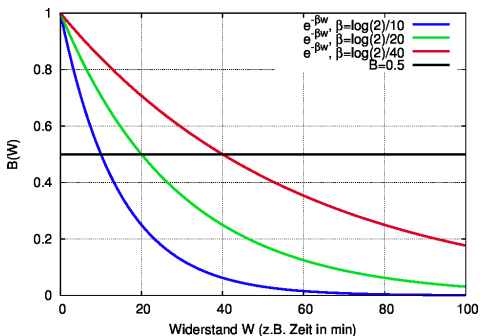
Der Name stammt vom Gravitationsgesetz der Physik $F_{\text{grav}} = \frac{\gamma m_1 m_2}{r^2}$

? Stellen Sie den Bezug zwischen dem Gravitationsmodell und dem Gravitationsgesetz dar!

- ! Klassische Gravitation mit $\gamma = 1$ ergibt sich für $E = 2$, Widerstand gleich Entfernung und ohne die Beschränkung auf ≤ 1 . Die beiden Massen kann man grob mit den Quell- und Zielsummen vergleichen, die in der allgemeinen Lösung $v_{ij} = f_{ij} g_j B(W_{ij})$ die dominante Rolle spielen (s.u.)

Konkrete Modelle 3: Wilson-Modell

$$B(W) = e^{-\beta W} \quad \text{Wilson-Modell}$$



Ein einziger Parameter: Abfallrate β
bzw. kritischer Widerstand $W_0 = 1/\beta$

- ▶ Herleitung aus dem Prinzip der Entropiemaximierung \Rightarrow Skript)
- ▶ Hat die Form des **Logit-Modells** der Verkehrsmittelwahl \Rightarrow simultaner Ansatz
- ▶ nur ein Parameter
- ▶ ein einziger Nachteil: Zu große Sensitivität bei langen Wegen
- ? Zeigen Sie dies, indem Sie den Bewertungsunterschied zwischen 5 und 10 Minuten sowie 105 und 110 Minuten langen Wegen vergleichen (Widerstand=Zeit)

! Der Quotient ist im Modell, nicht aber in der Wirklichkeit, ist bei beiden Paaren der gleiche

Vergleich des Wilson-Modells mit der Empirie

Die [Empirie, Abschnitt 4.5](#) zeigt bei der Reiseweitenverteilung für jedes Verkehrsmittel (außer Fußwege) zunächst einen linearen Anstieg, dann einen exponentiellen Abfall. Erklärung?

- ▶ Annahme freie RSB auf Quell- und Zielseite \Rightarrow Verkehrsstromanteil v_{ij} proportional $B_{ij} \tilde{q}_i \tilde{z}_j$ (siehe nächsten Abschnitt)
- ▶ Annahme homogene Stadt \Rightarrow Zieldichte als Funktion der Entfernung r steigt linear mit r (=Zahl der Bezirke in einem Ring mit Radius r und fester Breite)
- ▶ Für einen Modus steigt die Reisezeit $T(r)$ linear mit $r \Rightarrow$ Wilson-Bewertung $= e^{-r/r_0}$
- ▶ Bei jedem Startbezirk ist damit die Reiseweiten-Dichtefunktion proportional zur Zieldichte und zur Bewertungsfunktion

$$f(r) \propto r e^{-r/r_0}$$

4.7 Lösung der Modelle

Je nach QZG sind “harte” oder “weiche” RSB dem Sachverhalt angemessen:

- ▶ Wege verpflichtend \Rightarrow beidseitig harte RSB (WA, AW, WB usw.)
- ▶ nur Quell-Aktivität verpflichtend \Rightarrow quellseitig hart und zieleitig weich/frei (WE, WS, AS usw)
- ▶ nur Ziel-Aktivität verpflichtend (EW, SW, SA usw)
- ▶ beidseitig weich/frei (i.A. nur QZG “SS”)

1. Quellseitig und zielseitig weich/frei

Die bei der Aktivitätenwahl berechneten Quell- und Zielsummen sind nur als Anhaltspunkt, also sog. **Quell- oder Zielpotential** anzusehen:

- ▶ Quellpotential \tilde{Q}_i bzw $\tilde{q}_i = \tilde{Q}_i/V$: Zahlenwert wie die harten Summen Q_i bzw. q_i
- ▶ Zielpotential \tilde{Z}_i bzw $\tilde{z}_i = \tilde{Z}_i/V$, ebenfalls gleiche Zahlenwerte

Einzige harte Restriktion: Vorgegebener Gesamtverkehr \Rightarrow

$$v_{ij} = \frac{B_{ij}\tilde{q}_i\tilde{z}_j}{\sum_{k,l} B_{kl}\tilde{q}_k\tilde{z}_l} \quad \text{quellseitig und zielseitig freie RSB}$$

- ? Zeigen Sie, dass die Restriktion $\sum_{ij} v_{ij} = 1$ erfüllt ist
- ? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i z_j = \tilde{q}_i \tilde{z}_j$ übergeht

2. Einseitig harte RSB

Hier müssen die Summen einer Kategorie (Quell- oder Zielsummen) hart erfüllt sein und die jeweils andere frei

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} q_i \tilde{z}_j}{\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k} \quad \text{quellseitig harte, zelseitig freie RSB}$$

$$v_{ij} = \frac{B_{ij} \tilde{q}_i z_j}{\sum_k B_{kj} \tilde{q}_k} \quad \text{zelseitig harte, quellseitig freie RSB}$$

? Zeigen Sie, dass in obiger Gleichung die Quell- bzw. Zielsummen hart erfüllt sind

! Quellsummen: $\sum_j v_{ij} = (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j) / (\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i (\sum_j B_{ij} q_i \tilde{z}_j) / (\sum_k B_{ik} \tilde{z}_k) = q_i \checkmark$.
Untere Gleichung für die Zielsummen analog

? Zeigen Sie, dass diese Formel für das Zufallsmodell in die dort bereits angegebene Relation $v_{ij} = q_i \tilde{z}_j$ übergeht

3. Beidseitig harte RSB

Grundmodell $v_{ij} = B_{ij} f_i g_j \Rightarrow$ bilineare Gleichungssystem für f_i und $g_j \Rightarrow$ nur iterativ zu lösen, indem man in den RSB

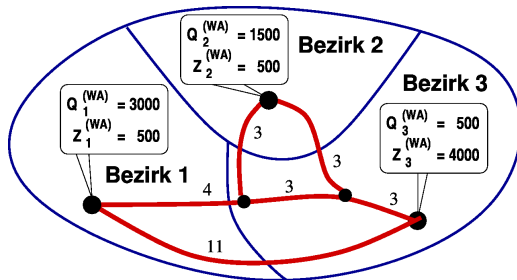
$q_i = \sum_j v_{ij} = f_i \sum_j g_j B_{ij}$ und $z_j = \sum_i v_{ij} = g_j \sum_i f_i B_{ij}$ jeweils die letzte Info einsetzt:

$$f_i^{(m)} = \frac{q_i}{\sum_j B_{ij} g_j^{(m-1)}},$$

$$g_j^{(m)} = \frac{z_j}{\sum_i B_{ij} f_i^{(m)}}.$$

mit den Startbedingungen $f_i^{(0)} = g_j^{(0)} = 1$

Beispiel: Iterative Lösung des Wilson-Modells, $\beta = 0.1 \text{ min}^{-1}$



$$q_1 = 0.6, \quad q_2 = 0.3, \quad q_3 = 0.1, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 0.4966 & 0.3679 \\ 0.4966 & 0 & 0.5488 \\ 0.3679 & 0.5488 & 0 \end{pmatrix}$$

$$z_1 = 0.1, \quad z_2 = 0.1, \quad z_3 = 0.8.$$

Iteration	$i = 1$	$i = 2$	$i = 3$
0	$f_1 = 1$	$f_2 = 1$	$f_3 = 1$
0	$g_1 = 1$	$g_2 = 1$	$g_3 = 1$
1	$f_1 = 0.321808176647478$	$f_2 = 0.146670797315656$	$f_3 = 0.0521732485668318$
1	$g_1 = 0.241641497008773$	$g_2 = 0.298410105823893$	$g_3 = 3.18655908107113$
2	$f_1 = 0.384099031406901$	$f_2 = 0.138425776173922$	$f_3 = 0.0290763184178919$
2	$g_1 = 0.215733059387455$	$g_2 = 0.289753337754216$	$g_3 = 3.24743684082831$
3	$f_1 = 0.386029450360936$	$f_2 = 0.137670610406493$	$f_3 = 0.028687649604386$
3	$g_1 = 0.215077700082051$	$g_2 = 0.289761611156671$	$g_3 = 3.2486626136856$
4	$f_1 = 0.386079207727287$	$f_2 = 0.137648151373062$	$f_3 = 0.028679510817527$
4	$g_1 = 0.21506122851403$	$g_2 = 0.289763472532253$	$g_3 = 3.24869110728804$

