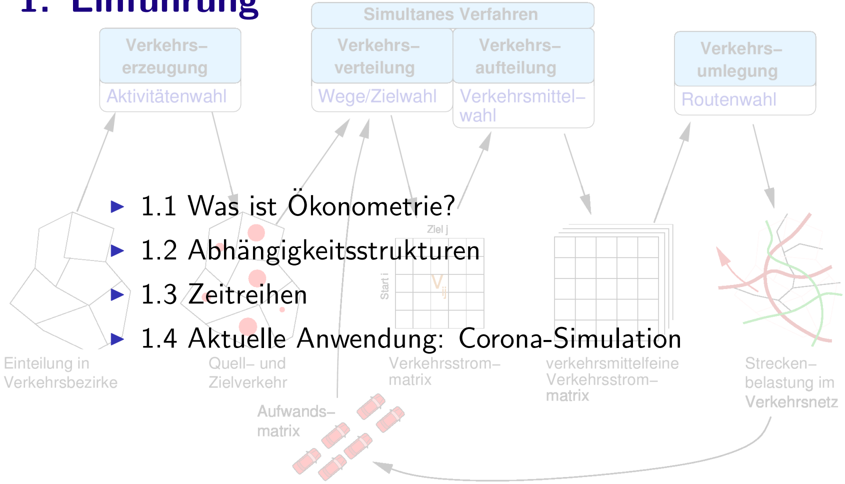
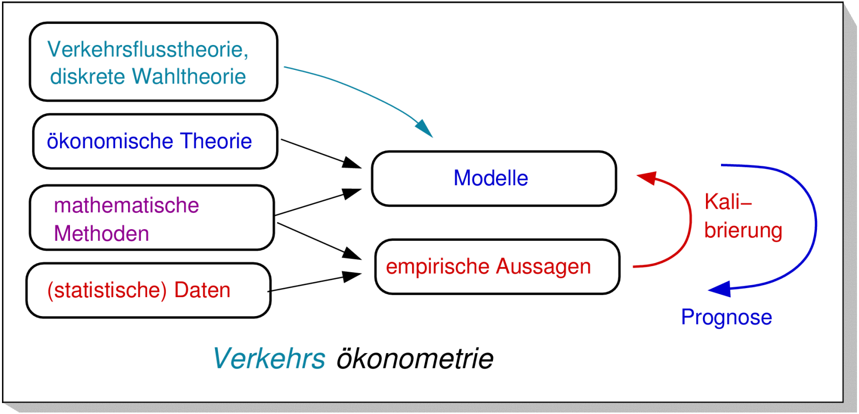
1. Einführung

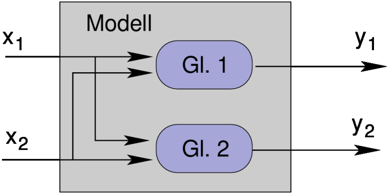
- 1.1 Was ist Ökonometrie?
- 1.2 Abhängigkeitsstrukturen
- 1.3 Zeitreihen
- 1.4 Aktuelle Anwendung: Corona-Simulation



1.1 Was ist Ökonometrie?

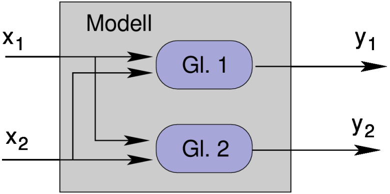


1.2 Abhängigkeitsstrukturen

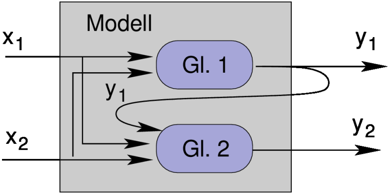


Normaler Input-Output

1.2 Abhängigkeitsstrukturen

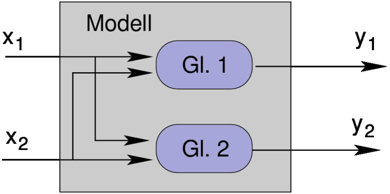


Normaler Input-Output

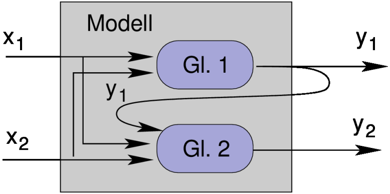


Kopplung

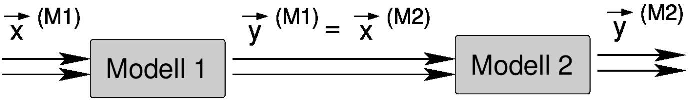
1.2 Abhängigkeitsstrukturen



Normaler Input-Output

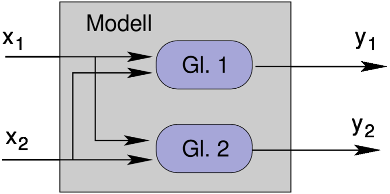


Kopplung

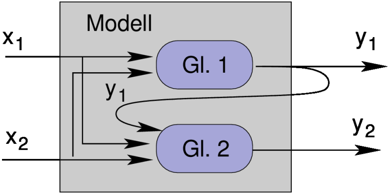


Verkettung

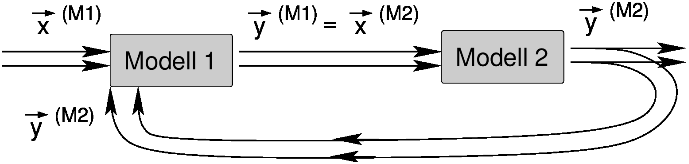
1.2 Abhängigkeitsstrukturen



Normaler Input-Output

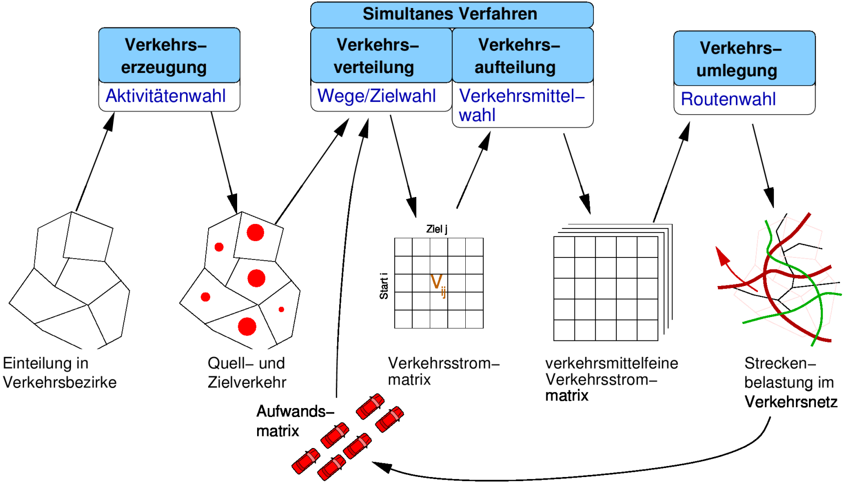


Kopplung

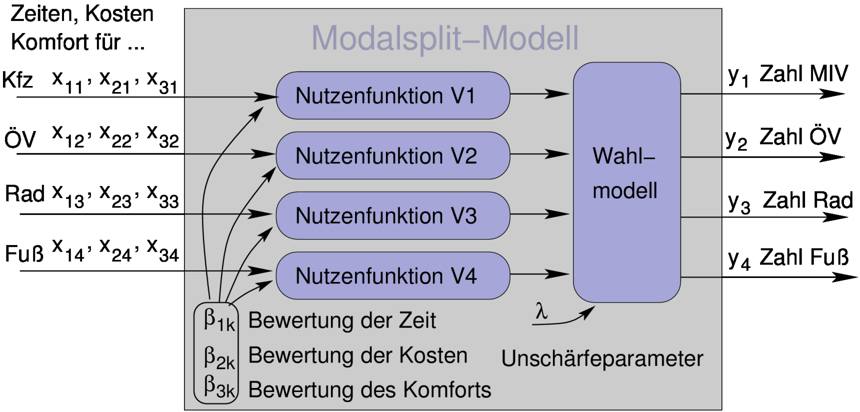


Verkettung+Kopplung=Rückkopplung

Beispiel für Verkettung und Rückkopplung: Vierstufenmodell der Theoretischen Verkehrsplanung



Modell mit innerer Struktur: Diskrete Wahlentscheidung beim Modal Split



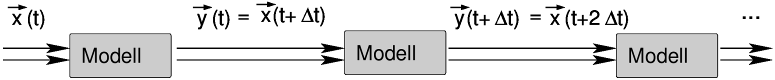
- Exogene Variablen x_{kj}: Einflussfaktoren j für Modus k
- Endogene Variablen y_k: Nutzungshäufigkeit für Modus k

Beispiel von exogenen und endogenen Variablen bei zwei Alternativen: Zu Fuß und Rad

	Alter	Ge-schl.	Wetter	Zeit-bedarf Rad	Kompl. Reisezeit ÖPNV	Adhoc Kosten ÖPNV	Wahl-entsch. Rad	Wahl-entsch. ÖPNV
Variable	x_1	x_2	x_3	x_{41}	x_{42}	x_{52}	y_1	y_2
Person 1	30	w	schlecht	20 min	30 min	1.00 €	0	1
Person 2	24	m	schön	11 min	20 min	2.00 €	1	0
Person 3	27	m	schön	34 min	15 min	2.00 €	0	1
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$

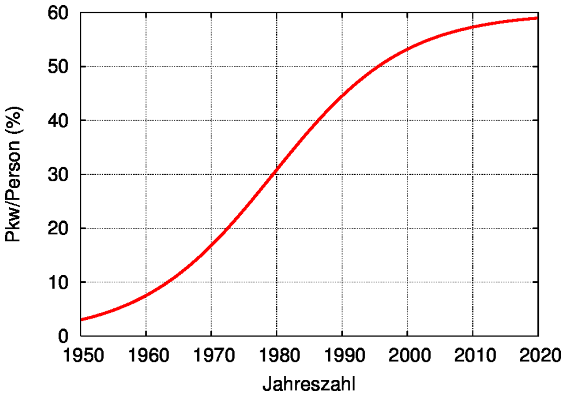
Diese Angaben müssten einer Befragung entnehmbar sein!

1.3 Zeitreihen



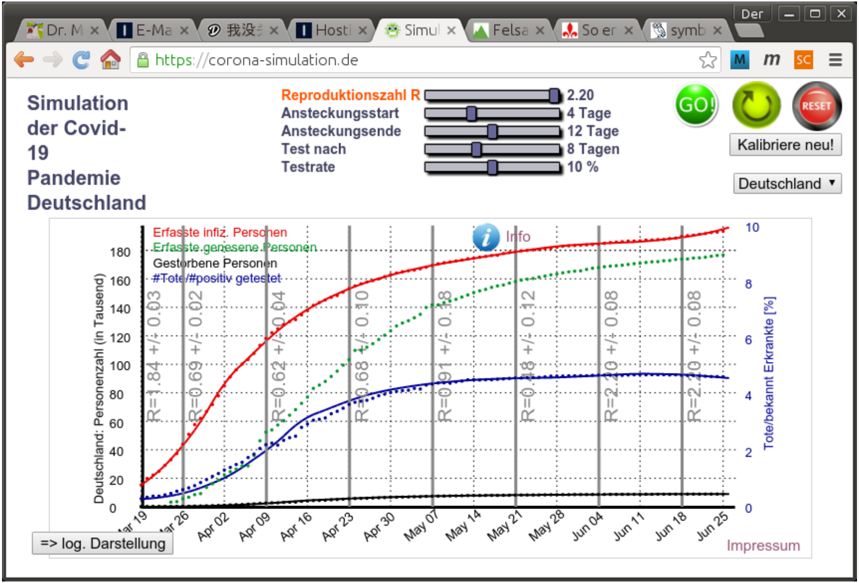
- Zeitreihenmodelle sind ein Sonderfall der Verkettung: Der Output des Schrittes zur Zeit t ist der Input des Schrittes zur Zeit $t + \Delta t$
- Das Teilmodell eines Zeitschritts ist in der Regel in allen Schritten dasselbe, oft mit unveränderten Parametern. Man spricht dann von einem **autonomen dynamischen Modell**

Modell für unbeschränktes und beschränktes Wachstum



- **Unbeschränktes Wachstum**: $y(t+\Delta t) = (1+\lambda)y(t)$
  $\hat{=}$ Verkettung des Modells $y(x) = (1+\lambda)x$
  bzw. Differenzialgleichung (Dgl) $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \lambda y$
- **Beschränktes Wachstum**: $y(t+\Delta t) = \left[1+\lambda\left(1-\frac{y(t)}{y_s}\right)\right]y(t)$ bzw.
  die **"logistische" Dgl** $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}t} = \lambda\left(1-\frac{y(t)}{y_s}\right)y$

1.4 Aktuelle Anwendung eines Modells für beschränktes Wachstum: `corona-simulation.de`



Reproduktionsrate, einfachster Fall: Exponentielles Wachstum

- Sei x_t Anteil an Infizierten (einschl. der Gestorbenen und wieder Gesunden) $\in [0, 1]$
- Reproduktionsrate R_0: Zahl der Menschen, die eine infizierte Person im Verlauf ihrer Krankheit ansteckt *falls keinerlei Immunität herrscht*
- Sei (vereinfachend!) eine Ansteckung nur beim **Infektionsalter** τ_R möglich, also genau τ_R Tage nach der eigenen Ansteckung

Dann gilt für den i-ten Ansteckungszyklus (Ansteckung zur Zeit $t = \tau i$ durch Personen, welche τ Tage früher infiziert wurden):

$$x_{i+\tau_R} = R_0 x_i$$

Exponentielles Wachstum II

$$x_{\tau i} = R_0 x_{\tau(i-1)}$$

Setze $x_t = x_0 e^{\lambda t} \;\Rightarrow$

$$\boxed{\lambda = \frac{1}{\tau_R} \ln R_0}$$

- **exponentielles Wachstum** mit Wachstumsrate λ
- Ist $\boldsymbol{R_0 > 1}$, ist $\lambda > 0$ und es gibt ein exponentielles Wachstum, z.B. $R_0 = 2$, $\tau_R = 5$ eine Verdoppelung alle 5 Tage
- Ist $\boldsymbol{R_0 < 1}$, ist $\lambda < 0$ und die *Neu*infektionen nehmen exponentiell ab. Bei $R_0 = 1/2$ und $\tau_R = 5$ halbieren sie sich alle 5 Tage.
- Falls $\boldsymbol{R_0 = 1}$, ist die Rate der Neuinfektionen konstant, es gibt also ein konstantes Wachstum

Gibt es Teilimmunität, ist die tatsächliche Reproduktionsrate $R < R_0$

Grenzen des Wachstums durch Teilimmunität

Unter Beibehaltung der idealisierten Annahme "Infektion genau nach τ_R Tagen der Ansteckung" ergibt sich als Verallgemeinerung

$$x_{i+\tau_R} = R_0(1-u)x_i$$

mit u dem Anteil der bereits bisher Infizierten

- Eine gleichbleibende Neuinfektionsrate, $x_{i+\tau_R} = x_i = x$ ist durch die Bedingung

  $$x = R_0(1-u)x \quad \Rightarrow \quad u = \frac{R_0 - 1}{R_0}$$

  gegeben, also z.B. bei $R_0 = 2$ für $u = 50\,\%$ "Durchseuchung"
- Damit ist die Infektion aber nicht beendet. Schließlich stiegen die Infektionsraten bis zu z.B. 50 % Durchseuchung und es bedarf weiterer Infektionen, bis die Rate zurück auf 0 sinkt (etwa 75 %, siehe Simulationen)