Verkehrsökonometrie für Bachelor-Studierende

Sommersemester 2021, Lösungsvorschläge zu Übung Nr. 7

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 7.1: Verkehrsaufteilung mit dem LOGIT-Modell

(a)
- *Exogene Variable:* Die drei Reisezeiten $\boldsymbol{x} = (T_1, T_2, T_3)^\mathrm{T}$. Das Modell enthält nur Charakteristika als exogene Variable, keine sozioökonomischen oder externen Variablen
- *endogene Variable*: Die Auswahlwahrscheinlichkeiten P_k
- *Modellparameter*: Die Zeit-Sensitivität β mit der Einheit einer inversen Zeit, z.B. min^{-1}.

Hinweis: In der hier vorgestellten Spezifikation gibt es keine alternativenspezifischen Konstanten. Diese werden vielmehr (siehe folgende Aufgabenteile) als "Rüstzeiten" in die komplexen Reisezeiten T_k hineininterpretiert.

(b) Das Wilson-Modell der Zielwahl hat die allgemeine Form $V_{ij}/V = f_i g_j B(W_{ij}) = f_i g_j e^{-\beta W_{ij}}$. Im Verkehrsmittelwahlmodell bei vorgegebenen Verkehrsströmen (Trip-Interchange Ansatz) entspricht den Verkehrsstromanteilen V_{ij}/V der Modalanteil P_k.

- Da es im Trip-Interchange Ansatz beim Modal Split keine komplizierten Randsummenbedingungen gibt, sondern einfach nur $\sum_k P_k = 1$, ersetzt der konstante Nenner des MNL die Faktorenkombination $f_i g_j$
- Vergleicht man die Zähler, sieht man direkt, dass $W_k = -U_k^\mathrm{det} = -\beta T_k > 0$ bzw $U_k^\mathrm{det} = -W_k = \beta T_k < 0$

Damit ist der Vektor $\boldsymbol{x}$ der Faktoren einfach der Faktor T (komplexe Reisezeit) und der Parametervektor $\boldsymbol{\beta}$ einfach die Zeitsensitivität $\beta < 0$.

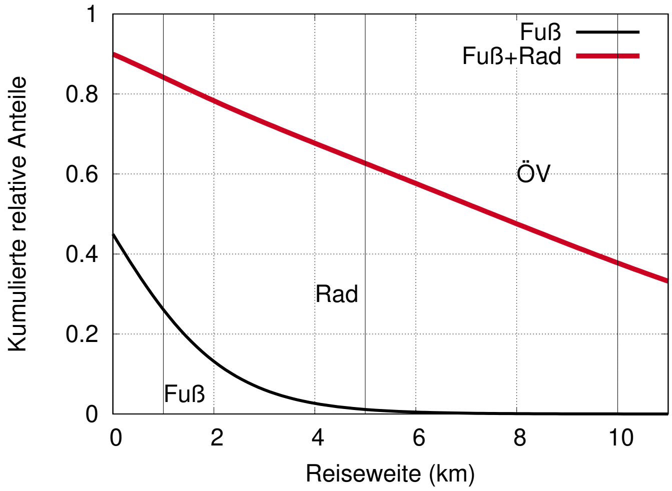
(c) $\exp(\beta T_k)$ - Werte:

$e^{\beta T_k}$	1 km ($n=1$)	5 km ($n=2$)	10 km ($n=3$)
$k=1$ (Fuß)	0.301	0.002	0.000
$k=2$ (Rad)	0.670	0.135	0.018
$k=3$ (ÖV)	0.183	0.082	0.030
$\sum$	1.154	0.220	0.049

Modal Split (relative Aufteilung) $P(k)$

$P(k\|n)$	1 km ($n=1$)	5 km ($n=2$)	10 km ($n=3$)
1 (Fuß)	0.26	0.01	0.00
2 (Rad)	0.58	0.62	0.38
3 (ÖV)	0.16	0.37	0.62

Die Spaltensumme ist jeweils $\sum_k P(k) = 1$. Die $P(k)$ geben also Wahrscheinlichkeiten für die Alternativen k an. In folgender Abbildung entsprechen die (ggf. kumulierten) Werte den Schnittpunkten der drei Kurven mit den drei senkrechten Geraden.



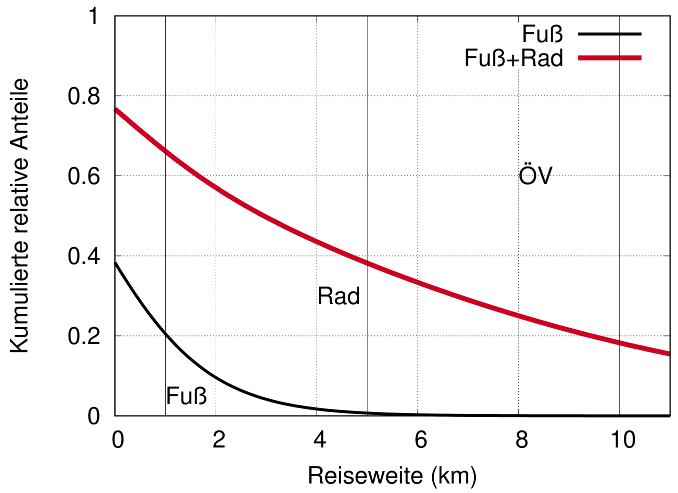
(d) Es reduzieren sich die Reisezeiten T_{3i} für den ÖV ($k = 3$) für alle drei Nutzergruppen bzw. Entfernungsklassen i um jeweils 10 min (wird die Taktzeit um 20 min reduziert, muss man bei spontanem Reisebeginn im Mittel 10 min weniger warten). Damit ändern sich die Normierungsnenner und alles muss neu berechnet werden.

$\exp(\beta T_k)$ - Werte:

$e^{\beta T_k}$	1 km	5 km	10 km
1 (Fuß)	0.301	0.002	0.000
2 (Rad)	0.670	0.135	0.018
3 (ÖV)	0.497	0.223	0.082
$\sum$	1.468	0.361	0.100

Modal Split (relative Aufteilung) $P(k)$

$P(k)$	1 km	5 km	10 km
1 (Fuß)	0.21	0.01	0.00
2 (Rad)	0.46	0.37	0.18
3 (ÖV)	0.34	0.62	0.82



(e) Modellparameter β für eine Reiseweite von 5 km:
Reisezeiten der einzelnen Verkehrsmittel bei Verhältnissen wie bei (a):

- Fuss: $T_1 = 60$ min
- Rad: $T_2 = 20$ min
- Öffentlicher Verkehr: $T_3 = 25$ min

(i) Nach dem multinomialen LOGIT-Modell berechnet sich der relative Anteil $P(k)$ eines Verkehrsmittels k mit der Formel:

$$P(k) = \frac{h_k}{N} \frac{\exp(\beta T_k)}{\sum_{k'=1}^{K} \exp(\beta T_{k'})}$$

mit der Gesamtzahl $N = 100$ an Entscheidungen. Beim paarweisen Vergleich kürzt sich der Nenner weg:[1]

$$\begin{aligned} \frac{P(k)}{P(l)} = \frac{h_k}{h_l} &= e^{\beta (T_k - T_l)} \\ \ln\left(\frac{h_k}{h_l}\right) = \ln h_k - \ln h_l &= \beta (T_k - T_l), \end{aligned}$$

also

$$\beta_{kl} = \frac{\ln h_k - \ln h_l}{T_k - T_l}$$

bzw.

$$\beta_{kl}^{-1} = \frac{T_k - T_l}{\ln h_k - \ln h_l}.$$

[1] Dies entspricht der IIA-Eigenschaft (*Independence of Irrelevant Alternatives*) des Logit-Modells: Die relative Attraktivität $P(k)/P(l)$ zweier Alternativen $k \neq l$ hängt nicht von weiteren Alternativen m mit $m \neq k$ und $m \neq l$ ab.

Zahlenwerte für die drei möglichen paarweisen Vergleiche:

$$\beta_{12}^{-1} = -15.8\,\text{min}, \quad \beta_{13}^{-1} = -18.9\,\text{min}, \quad \beta_{23}^{-1} = -7.4\,\text{min}.$$

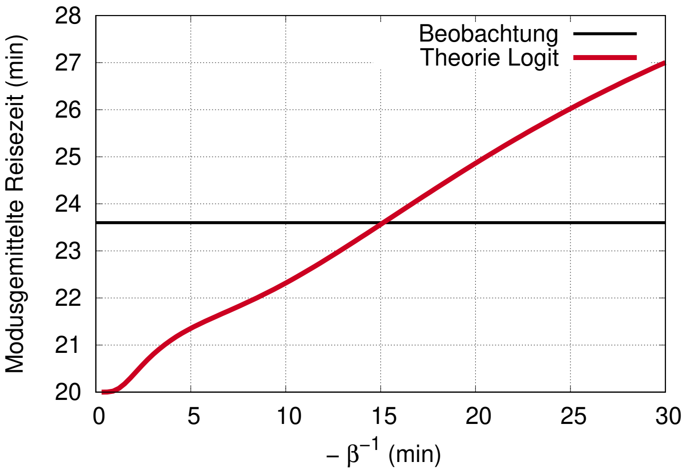
(ii) Zum Vergleich der gewichtet modusgemittelteten Reisezeiten errechnet man zunächst den *beobachteten* Mittelwert mit $f_k = h_k/N$:

$$T_{\text{data}} = f_1 T_1 + f_2 T_2 + f_3 T_3 = \underline{\underline{23.6\,\text{min}}}.$$

Die Maxium-Likelihood-Schätzgleichung (Kalibrierungsbedingung)

$$T_{\text{data}} = T_{\text{theo}}(\beta)$$

lässt sich nicht analytisch nach β bzw. β^{-1} auflösen, deshalb graphische Lösung:



Das Ergebnis,

$$\beta^{-1} = \underline{\underline{-15\,\text{min}}}$$

liegt zwischen den drei Schätzwerten bei paarweisem Vergleich.

(f) Betrachtung der *komplexen* Reisezeiten $\tilde{T}$ incl. Berücksichtigung der Rüstzeiten T_0:

$$\tilde{T} = T_0 + T_k(x)$$

mit der entfernungsabhängigen Reisezeit $T_k(x) = \frac{x}{v_k}$, wobei v_k die mittlere Geschwindigkeit des Modus k darstellt. Wir betrachten die folgenden Rüstzeiten:

- Fuß: $T_{01} = 0\,\text{min}$ (keine Rüstzeit bei konstanter Fahrzeit je Entfernungseinheit)
- Rad: $T_{02} = 0\,\text{min}$ (vernachlässigbar lt. Aufgabenstellung)
- Öffentlicher Verkehr: $T_{03} = 10\,\text{min}$

Reisezeiten bei Streckenlänge von $x = 50\,\text{m}$ und Modellparamter $\beta = 0.1\,\text{min}^{-1}$:

- $T_1 = \frac{x}{v_1} = \frac{50\,\text{m}}{\frac{1\,000\,\text{m}}{12\,\text{min}}} = 0.6\,\text{min}$,

- $T_2 = 0.2\,\text{min}$,
- $T_3 = 10\,\text{min} + 0.35\,\text{min} = 10.35\,\text{min}$.

$\exp(-\beta T_k)$ - Werte:

k	50 m
1 (Fuß)	0.942
2 (Rad)	0.980
3 (ÖV)	0.355
$\sum$	2.277

Damit folgt für den Modal Split $P(k)$

P_k	50 m
1 (Fuß)	0.41
2 (Rad)	0.43
3 (ÖV)	0.16

Diskussion: Im Logit-Modell entscheiden *absolute Differenzen* der Fahrzeiten mit den verschiedenen Verkehrsmitteln über die Anteile dieser Verkehrsmittel:

$$\frac{P(k)}{P(k')} = e^{\beta(T_k - T_{k'})}$$

Der Unterschied zwischen Reisezeitunterschieden von 10 min ist daher unabhängig von der Strecke und wirkt genauso bei Reisezeiten von 100 min zu 110 min. Dem Menschen kommt es jedoch bei sehr langen Zeiten i.A. „nicht auf 10 Minuten an", bei täglichen kurzen Fahrten ist dieselbe Differenz sehr wohl wichtig. Bei der sehr kurzen Strecke von 50 m wirken die Rüstzeiten sehr stark auf die komplette Reisezeit, die eigentliche Fahrzeit ist dagegen relativ klein. Das es bei einer nur 50 m langen Strecke noch einen leicht größeren Anteil von Fahrradströmen im Vergleich zu den Fußgängerströmen geben soll, ist unrealistisch. Auch ein ÖV-Anteil von 16 % ist wohl eher unglaubhaft.

(g)
- β_1: Reisezeitsensitivität für Modus 1 (zu Fuß). Die Zeiten T_k sind nun übrigens *ohne* Rüstzeit zu verstehen, da diese nun explizit durch die ACs berücksichtigt wird (s.u.)
- β_2, β_3: analog für die Modi $k = 2$ (Rad) und 3 (ÖV)
- β_4 AC ("Ad-hoc-Bonus") für den Radverkehr gegenüber zu Fuß gehen (letzterer Modus ist die Referenzalternative)
- β_5 AC des ÖV gegenüber Fußverkehr

Das Modell der Aufgabenteile (a)-(f) ist ein Spezialfall des Modell bei (g) für $\beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = \beta$ (alle Zeit-Sensitivitäten sind gleich) sowie $\beta_4 = \beta_5 = 0$ (es gibt keine ACs; dafür müssen die Reisezeiten nun die Rüstzeiten enthalten).

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 7.2: Verkehrsstrommatrizen vs. Fahrtenmatrizen

(a) Die **Verkehrsstrommatrizen** beschreiben die Anzahl der Personenfahrten eines Werktages für jede Quelle-Ziel-Gruppe und für jedes Nachfragesegment (Zeiteinheit 24 Stunden). Fahrtenmatrizen sind hingegen über alle Quelle-Ziel-Gruppen summiert und für den Individualverkehr auf Fahrzeugfahrten bezogen (Berücksichtigung des Besetzungsgrades). Sie werden für eine bestimme Zeitscheibe berechnet. **Fahrtenmatrizen** beschreiben daher die Anzahl der Fahrten je Nachfragesegment und Zeitscheibe, summiert über alle Quelle-Ziel-Gruppen. Für den Individualverkehr werden Fahrzeugfahrten, für den Öffentlichen Verkehr hingegen Personenfahrten berechnet.

(b) Umwandlung Verkehrsstrommatrizen (VSM) zu Fahrtenmatrizen

- Disaggregierung der VSM V_{ijk}^g (Verbindung von Bezirk i nach Bezirk j mit Nachfragesegment k in der QZG g) durch Bestimmung des Anteils $f_g(t)$ der Verkehrsnachfrage in der Zeitscheibe t, für welche die Umlegung durchgeführt werden soll (anhand der vorher definierten Tagesganglinie):

$$V_{ijk}^g(t) = V_{ijk}^g f_g(t)$$

  Ergebnis: Zeitaufgelöste Verkehrsstrommatrizen.

- Für den Individualverkehr müssen die Verkehrsstrommatrizen (Personenfahrten) durch den Besetzunggrad dividiert werden, für alle anderen Modi ist der Besetzungsgrad = 1:[2]

$$F_{ijk}^g(t) = \frac{V_{ijk}^g(t)}{b_k^g} = \frac{V_{ijk}^g f_g(t)}{b_k^g}$$

  Ergebnis: QZG-aufgelöste Fahrtenmatrizen.

- Aggregierung über alle QZG:

$$F_{ijk}(t) = \sum_g F_{ijk}^g(t)$$

  Ergebnis: Die gesuchten Fahrtenmatrizen.

Nutzbarkeit der Verkehrsstrommatrizen zu Umlegung:

Die Verkehrsstrommatrizen können nicht direkt genutzt werden, da die Umlegung i.d.R. zu einer gewissen Stunde durchgeführt wird, die VSM jedoch den täglichen Verkehr angeben. Daher die Notwendigkeit der Dissagregierung. Weiterhin ist es für die Streckenbelastung nicht relevant, aus welcher Quelle-Ziel-Gruppe die Fahrzeuge stammen. Deshalb ist die Aggregierung notwendig. Zusammenfassend ergibt sich aus den drei obigen Schritten:

$$F_{ijk}(t) = \sum_g \frac{V_{ijk}^g f_g(t)}{b_k^g}. \qquad (1)$$

[2]Beim ÖV werden nach wie vor die Bus"fahrten" etc der Fahrgäste und nicht die Fahrten einzelner Busse etc gezählt. Dies trägt der Tatsache Rechnung, dass Engpässe eher durch Überfüllung der Busse/Bahnen etc als durch die durch Busse verursachte zusätzliche Verstopfung des Verkehrs als solchem verursacht werden (Bei Bahnen mit eigener Trasse stellt sich dieses Problem sowieso nicht).

Man beachte, dass die "Punkt-vor-Strich"-Regel in Gl. (1) automatisch die Disaggregierung vor der Aggregierung (Summation) durchführt. Aus ökonometrischer Sicht stellt Gl. (1) ein *Adaptermodell* dar, welches die endogenen Variablen V_{ijk}^g der Nachfrage (Verkehrsaufteilung bzw. simultane Ver- und -aufteilung) auf die exogenen Variablen $F_{ijk}(t)$ der Umlegung abbildet.

(c) MIV-Verkehrsleistung (Modus k = MIV):

$$L_k = \sum_g \sum_{ij} V_{ijk}^g d_{ij}, \quad k = \text{MIV} \tag{2}$$

mit $\sum_g$ als Summe über alle Quelle-Ziel-Gruppen und der Distanzmatrix d_{ij} (mittlere Entfernung von Bezirk i nach j).

MIV-Fahrleistung (Modus k = MIV) analog:

$$L_k^{(F)} = \sum_g \sum_{ij} \frac{V_{ijk}^g d_{ij}}{b_k^g}, \quad k = \text{MIV} \tag{3}$$

mit dem QZG-aufgelösten, aber nicht nach der Zeit aufgelösten MIV-Besetzungsgrad $b_k^g = b_{\text{MIV}}^g$.

Man beachte, dass Verkehrs- und Fahrleistungen eine Abbildung einer statistischen Gesamtheit (=Geltungsbereich) auf eine Zahl darstellen. Insofern muss man die Gesamtheit räumlich, zeitlich und sachlich abgrenzen, hier also

- räumlich: Untersuchungsgebiet,
- zeitlich: Ein Bezugstag,
- sachlich: MIV.

(d) Man beachte die Unterschiede zwischen

- der *Gesamt-Wegezahl* bzw. *Verkehrsstrom* $V_k = \sum_{ijg} V_{ijk}^g$ im Modus k,
- der *Gesamt-Fahrtenzahl* $F_k = \sum_{ijt} F_{ijk}(t)$ im Modus k,
- der *Gesamt-Verkehrsleistung* $L = \sum_k L_k$,
- sowie der *Gesamt-Fahrleistung* $L^{(\text{F})} = \sum_k L_k^{(\text{F})}$.

Modal-Splits beziehen sich immer auf Wege, entweder direkt (anteiliger Verkehrsstrom) oder indirekt (anteilige Verkehrsleistung). Also:

- Globaler Modal-Split bezüglich der Wegezahl:

$$A_k = \frac{V_k}{V} = \frac{V_k}{\sum_k V_k}$$

- Globaler Modal-Split bezüglich der Verkehrsleistung (bezüglich der Fahrleistung ergibt keinen Sinn):

$$A_k^{(L)} = \frac{L_k}{L} = \frac{L_k}{\sum_k L_k}$$

Da bei Fußwegen die Entfernungen d_{ij} tendenziell klein sind, ist der Fußweganteil bezüglich der Wegezahl wesentlich größer als bezüglich der Verkehrsleistung. Umgekehrtes gilt für den MIV.

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 7.3: Tages-Ganglinien und Fahrtenmatrizen

(a) Zufallsmodell:

$$V_{ij} = \frac{Q_i Z_j}{V}$$

also

$$V_{12}^{\text{WA}} = \frac{3500 * 3360}{4200} = \underline{\underline{2800}}, \quad V_{12}^{\text{AW}} = \frac{720 * 600}{3600} = \underline{\underline{120.}}$$

Die anderen Relationen ergeben sich analog.

(b) Gesucht sind die Fahrtenmatrixelemente $F_{12k}(t)$ von 1 nach 2 mit den Verkehrsmitteln k = MIV und k =ÖV zu den Stunden-Zeitscheiben $t = 8$ und $t = 18$. Mit Hilfe der Ergebnisse der vorhergehenden Aufgabe bei nur zwei zu summierenden QZG g =WA und AW und von g unabhängigen globalen Modal-Splits bezüglich der Wegezahl:

$$F_{12,k}(t) = \frac{V_{12}^{\text{WA}} A_k f_{\text{tgl}}^{\text{WA}}}{b_k} + \frac{V_{12}^{\text{AW}} A_k f_{\text{tgl}}^{\text{AW}}}{b_k}.$$

Für die beiden Zeitscheibe t=8 (7 h - 8 h) und 18 (17-18 h) liest man aus der Abbildung:

$$f^{\text{WA}}(8) = 0.3, \quad f^{\text{AW}}(8) = 0, \quad f^{\text{WA}}(18) = 0, \quad f^{\text{AW}}(18) = 0.2.$$

Für die Verkehrsmittel k = MIV und ÖV gilt ferner

$$\frac{A_{\text{MIV}}}{b_{\text{MIV}}} = \frac{1}{2}\frac{2}{3} = \frac{1}{3}, \quad \frac{A_{\text{ÖV}}}{b_{\text{ÖV}}} = A_{\text{ÖV}} = 0.3.$$

(Beim ÖV enthalten die Fahrtenmatrizen **Personenfahrten**, daher findet der Besetzungsgrad nur beim IV Berücksichtigung.)

Setzt man dies in obige Formel ein, erhält man (M=MIV, O=ÖV):

$$\begin{aligned}
F_{12,\,\text{MIV}}(8) &= 2\,800 * 0.3 * 1/3 + 0 = 280, \\
F_{12,\,\text{ÖV}}(8) &= 2\,800 * 0.3 * 0.3 + 0 = 252, \\
F_{12,\,\text{MIV}}(18) &= 0 + 120 * 0.2 * 1/3 = 8, \\
F_{12,\,\text{ÖV}}(18) &= 0 + 120 * 0.2 * 0.3 = 7.2.
\end{aligned}$$