Verkehrsdynamik und -simulation

SS 2021, Lösungsvorschläge zu Übung Nr. 11

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 11.1: Pilgern in Mekka (Achtung: Aktuelle Lsg in Englisch!)

(a) *Dichte:* Fußgänger bewegen sich zweidimensional, so dass Definitionen pro linearer Länge nicht sinnvoll sind, sondern nur pro Fläche, also

$$[\rho] = 1\,\mathrm{m}^{-2}$$

Fluss: Ab einer Querschnittsbreite von etwa $b = 1.5\,\mathrm{m}$ nimmt die Kapazität eines Fußgängerwegs *Bei ausschließlicher Benutzung in einer Richtung* proportional zur Breite b zu: $K = K^*b$. Um zu einer von der Breite unabhängigen Kapazität und damit einem für alle Breiten anwendbaren und nur vom Fußgängerverhalten abhängigen Fundamentaldiagramm zu kommen, muss man den Fluss und die Kapazität als *spezifischen Fluss* (*Flussdichte*) Q^* bzw. als *spezifische Kapazität* K^* definieren, und zwar mit Hilfe der obigen Proportionalitätsbeziehung:

$$Q^* = \frac{Q}{b} \quad \text{bzw.} \quad K^* = \frac{K}{b}, \quad [Q^*] = [K^*] = 1\,(\mathrm{ns})^{-1}.$$

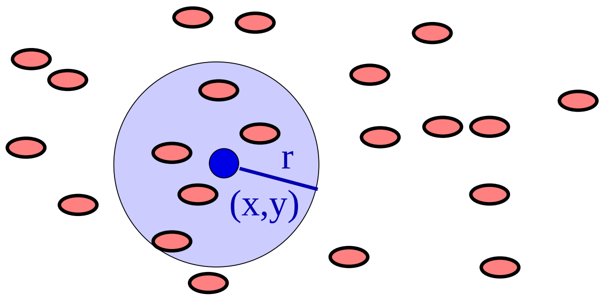
N.b.: Die Proportioanlität der Flüsse und Kapazitäten proportional der Wegbreite entspricht bei Fahrzeugverkehr die Proportionalität mit der Zahl der Fahrstreifen.

(b) Die makroskopischen Fußgängergrößen ρ, Q^* und die lokal gemittelte Geschwindigkeit V werden anhand von Filmaufzeichnungen und anschließendem manuellen oder automatischen Tracking, d.h. Erzeugung von Trajektorien, ermittelt. Damit sind *bei Bewegung aller Fußgänger in einer Richtung* nicht zwingend systematische Fehler zu erwarten, ebensowenig wie bei der Auswertung von Kfz-Trajektoriendaten. Bewegen sich die Fußgänger wild durcheinander, wie beispielsweise auf Weihnachtsmärkten, lässt sich zwar noch die Dichte, nicht aber sinnvoll der Fluss bestimmen. Auch Fundamentaldiagramme verlieren dann ihren Sinn und es ist nur noch eine mikroskopische Modellierung sinnvoll.

Konkrete Bestimmung der Größen

Alle drei Größen ρ, Q und V werden, in Abhängigkeit des Ortes (x, y) und der Zeit t, durch lokale raumzeitliche Mittelung gefunden:

- **Dichte** durch Zählung aller Fußgänger i (Summe $\sum_i$), welche sich zur Zeit t im Kreis mit Zentrum (x, y) und Radius r befinden. Der Radius r (etwa $r \approx 3\,\mathrm{m}$) muss dabei mikroskopisch groß sein (so dass er mehrere Fußgänger enthält), aber auch makroskopisch klein sein (deutlich kleiner als die Wege/Plätze etc, auf denen die Fußgänger laufen).

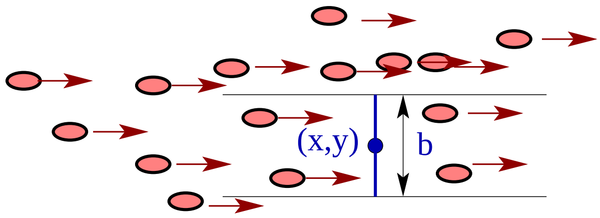


$$\rho(x,y,t) = \frac{\text{Zahl der Fußgänger im Kreis}}{\pi r^2} = \frac{\sum_i 1}{\pi r^2}$$

– **Makroskopische Geschwindigkeit**:

$$V(x,y,t) = \frac{\sum_i v_i}{\sum_i 1}$$

– **Flussdichte** der Fußgänger, gemessen im Zeitintervall $[t-\tau/2, t+\tau/2]$ an einem Querschnitt der Breite b mit Schwerpunkt (x,y), welcher senkrecht zur Fußgängerrichtung gelegt ist:



$$Q^*(x,y,t) = \frac{\text{Zahl der den Querschnitt passierenden Fußgänger}}{b\tau}$$

Sowohl b als auch τ müssen wieder mikroskopisch groß und makroskopisch klein sein. Beispiel: $b = 2\,\mathrm{m}$, $\tau = 5\,\mathrm{s}$.

Anhand der Messvorschriften sieht man auch sehr schön die Einheiten der jeweiligen Größen. Diese Vorschriften sind nur die einfacht möglichen. Um Diskretisierungseffekte zu vermeiden, wendet man in konkreten Anwendungen *kernbasierte* Mittelungsverfahren an. Bei der Dichtebestimmung wird aus dem Kreis beispielsweise eine zweidimensionale Gaußverteilung mit Zentrum bei (x,y) und Standardabweichung r, bei der Flussdichtebestimmung aus dem rechteckigen Messquerschnitt (Breite b mal Zeintintervall τ) ebenfalls eine zweidimensionale Verteilung, diesmal bezüglich y und t (falls das Koordinatensystem so gelegt ist, dass die Fußgänger in x-Richtung laufen).

(c) Allgemein gilt bei Wegen mit unidirektionaler Flussrichtung und einer Breite von b folgende straßenverkehrsanaloge, also auf das eindimensionale System bezogene Größen:

– Fluss $Q = Q^* b$,

– 1D-Dichte $\rho^{1\mathrm{D}} = \rho^{2\mathrm{D}} b$

– Geschwindigkeiten V und c unverändert.

(beim Straßenverkehr ist übrigens die Zahl I der Fahrstreifen analog zur Wegbreite b, nur dass dann der Fluss diskret mit der Streifenzahl und nicht kontinuierlich mit der Breite zunimmt und es deshaln=b auch keine EInheitenprobleme gibt)

Bei einer Wegbreite $b = 1\,\mathrm{m}$ und den europäischen Fußgängerdaten ergeben sich durch Ablesen und den obigen Beziehungen folgende Parameter des dreieckigen 1D-Fundamentaldiagramms

$$Q(\rho^{1\mathrm{D}}) = \min\left[V_0\rho^{1\mathrm{D}}, 1/T(1-\rho^{1\mathrm{D}}/\rho^{1\mathrm{D}}_{\mathrm{max}})\right] :$$

– Maximale Dichte $\rho^{1\mathrm{D}}_{\mathrm{max}} = 5.5\,\mathrm{m}^{-1}$ durch Schnittpunkt der Linie der Datenschwerpunkte mit der Abszisse,

– Folgezeitparameter $1/T = 2\,\mathrm{s}^{-1}$ durch Schnittpunkt der Fortsetzung der "Staugeraden" bis zur Ordinate

– Die freie Geschwindigkeit $V_0 = 1\,\mathrm{m/s}$ durch die Steigung der Linie der Datenschwerpunkte freien Verkehrs.

Ausbreitungsgeschwindigkeit bei gestautem Verkehr:

$$c_{\mathrm{cong}} = \frac{-1}{\rho^{1\mathrm{D}}_{\mathrm{max}}T} = 0.36\,\mathrm{m/s}$$

Die Stauwellen von Fußgängern breiten sich also mit weniger als 1/10 der Geschwindigkeit von Auto-Stauwellen aus! Dies liegt im Wesentlichen an der kleinen "Länge" der Fußgänger in Gehrichtung (etwa 40 cm).

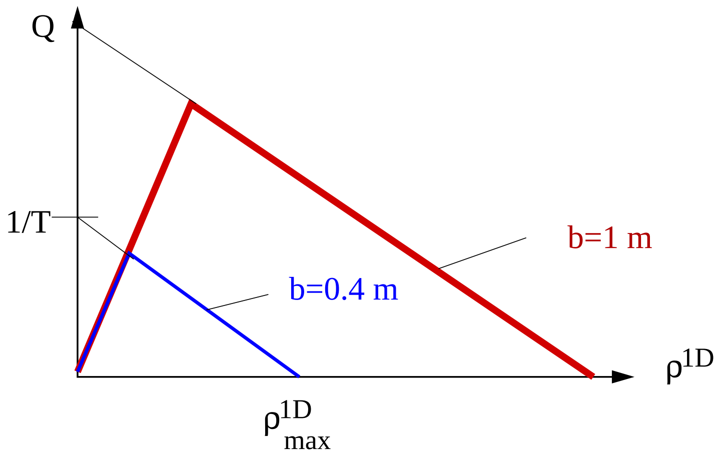
(d) Fußgänger im "Gänsemarsch" bei einer Wegbreite $b = 0.4\,\mathrm{m}$: Da die 1D-Dichte und der Fluss Q proportional zur Wegbreite sind, Geschwindigkeiten aber unverändert bleiben, gilt für die Parameter des 1D-Fundamentaldiagramms nun:

– Maximale 1D-Dichte $\rho^{1\mathrm{D}}_{\mathrm{max}} = 0.45.5\,\mathrm{m}^{-1} = 2.2\,\mathrm{m}^{-1}$,

– Folgezeitparameter $1/T = 0.42\,\mathrm{s}^{-1} = 0.8\,\mathrm{s}^{-1}$ (da wegen des konstanten Wertes von c_{cong} die Steigung der Staugeraden unverändert ist),

– $V_0 = 1\,\mathrm{m/s}$ (da sich Geschwindigkeiten in erster Näherung nicht mit b ändern)

Fundamentaldiagramme bei beiden Breiten wie folgt:



Übrigens hat nur in letzteren "Gänsemarschfall" der Parameter die Bedeutung einer Folgezeit (da sonst nicht jeder Fußgänger direkt einem anderen "Vorgeher" eindeutig folgt): Die entsprechende Netto-Folgezeitlücke $T = 1.2\,\mathrm{s}$ bedeutet, dass die Zeitlücken bei Fußgänger- und Autoverkehr gar nicht so unterschiedlich sind!

Lösungsvorschlag zu Aufgabe 11.2: Social Force Model (Nur in englisch!)