

## Methoden Verkehrsökonomie für Master-Studierende

Winter semester 2021/22, Tutorial No. 11

### Aufgabe 11.1: Kombinierte Ziel- und Verkehrsmittelwahl: Nested-Logit Modell

Zur Untersuchung der Auswirkung großer Discounter auf Tante-Emma-Läden sowie auf die Verkehrsmittelwahl wurde von 10 Personen die Ladenkategorie ( $l = 1$ : Tante Emma,  $l = 2$ : Discounter) sowie das Verkehrsmittel ( $m = 1$ : ÖV,  $m = 2$ : MIV) der letzten Einkaufstouren befragt. Dabei wurden auch die jeweiligen Reisezeiten  $T_{lm}$  sowie der "Füllstand"  $F$  des Kühlschranks vor dem Einkauf ( $F = 0$ : total leer,  $F = 1$ : voll) erfasst:

Person	$T$ [min] Emma, ÖV	$T$ [min] Emma, MIV	$T$ [min] Disc, ÖV	$T$ [min] Disc, MIV	Füll- stand $F$	$y_{11}$	$y_{12}$	$y_{21}$	$y_{22}$
1	25	15	25	20	0.9	1	2	0	0
2	25	30	40	30	0.8	3	0	0	1
3	20	20	30	30	0.7	2	1	1	1
4	25	10	25	10	0.6	0	3	0	2
5	15	5	30	20	0.5	1	2	0	2
6	15	15	25	20	0.4	1	1	0	1
7	15	20	45	45	0.3	3	1	0	1
8	15	15	15	15	0.2	1	0	2	3
9	25	15	40	30	0.1	1	1	0	1
10	25	10	25	20	0.0	0	1	1	3

- Wieviel (kombinierte) Entscheidungen hat die letzte Person durchgeführt? Wie viele Entscheidungen  $N$  gibt es insgesamt?
- Strukturieren Sie ein geeignetes Nested-Logit-Modell mit der Ladentypwahl als oberster Entscheidungsebene. Welche exogenen Faktoren kommen in welche Entscheidungsebene?
- Die Entscheidungen innerhalb der Nester  $l = 1$  (Tante Emma) und  $l = 2$  (Discounter) werden durch formal identische skalierten Nutzenfunktionen modelliert, wobei die Skalierungsfaktoren  $\lambda_l$  noch unbekannt sind:

$$\tilde{V}_{1m}/\lambda_1 = \beta_1 T_{1m} + \beta_2 \delta_{m1}, \quad (1)$$

$$\tilde{V}_{2m}/\lambda_2 = \beta_3 T_{2m} + \beta_4 \delta_{m1}. \quad (2)$$

Geben Sie die Bedeutung der Parameter  $\beta_1$  bis  $\beta_4$  an. Werden bestimmte Vorzeichen erwartet? Werden in jedem Nest die Zeiten generisch oder alternativenspezifisch modelliert? Welches ist jeweils die Referenzalternative?

- (d) Die Maximum-Likelihood-Schätzung (vgl. Contourplots im Skript) ergibt

$$\hat{\beta}_1 = -0.18, \quad \hat{\beta}_2 = +0.88, \quad \hat{\beta}_3 = -0.29, \quad \hat{\beta}_4 = -0.42.$$

Berechnen Sie für die letzte Person alle vier skalierten Nutzenfunktionen, die bedingten Auswahlwahrscheinlichkeiten  $P_{m|l}$  und vergleichen Sie letztere mit den realisierten bedingten relativen Häufigkeiten.

- (e) Berechnen Sie für die letzte Person die beiden für die übergeordnete Entscheidung relevanten Inklusionswerte  $I_l$ . Was sagen sie aus?
- (f) Die deterministische Nutzenfunktion des Top-Level-Entscheidung wird nun mit

$$W_l = \beta_5 F \delta_{l1} + \beta_6 \delta_{l1} + \lambda_1 I_l \delta_{l1} + \lambda_2 I_l \delta_{l2} \quad (3)$$

angesetzt. Eine ML-Parameterschätzung ergibt

$$\hat{\beta}_5 = 2.9, \quad \hat{\beta}_6 = -2.0, \quad \hat{\lambda}_1 = 0.17, \quad \hat{\lambda}_2 = 0.21.$$

Was sagen die Parameter  $\beta_5$  und  $\beta_6$  aus? Sind die Vorzeichen plausibel? Liegen die Korrelationsparameter  $\lambda_1$  und  $\lambda_2$  im erlaubten Bereich? Was sagen sie über die Korrelation der beiden Gesamt-Zufallsnutzens innerhalb eines Nests aus? Könnte man die Korrelationsstruktur auch generisch mit einem einzigen Parameter  $\lambda$  modellieren? Wie sähe dann das Modell aus?

- (g) Ermitteln Sie für die letzte Person die Wahrscheinlichkeiten  $P_l$  dafür, bei "Tante Emma" oder beim Discounter einzukaufen. Vergleichen Sie die Modellwerte mit den relativen Häufigkeiten. Geben Sie nun für alle  $2 \times 2$  Entscheidungskombinationen dieser Person die modellierten Wahrscheinlichkeiten  $P_l P_{m|l}$  und realisierten relativen Häufigkeiten an.
- (h) Anstelle eines NL-Modells könnte man auch ein normales MNL auf den Sachverhalt ansetzen, wobei  $i = 1, \dots, 4$  die Kombinationen  $(l, m) = (1, 1), (1, 2), (2, 1)$  und  $(2, 2)$  abbildet. Zeigen Sie, dass die sechs Parameter des Modells

$$V_i = \beta_1 T_i (\delta_{i1} + \delta_{i2}) + \beta_2 \delta_{i1} + \beta_3 T_i (\delta_{i3} + \delta_{i4}) + \beta_4 \delta_{i3} + \beta_5 F (\delta_{i1} + \delta_{i2}) + \beta_6 (\delta_{i1} + \delta_{i2}) \quad (4)$$

dieselbe Bedeutung wie beim NL-Modell haben und in der Tat das NL-Modell (1), (2) und (3) für  $\lambda_l = 1$  in das MNL (4) übergeht. Welche Schwäche hat das MNL im Vergleich zum ursprünglichen NL-Modell?

- (i) Gerade bei eher vollem Kühlschrank liegt es nahe, überhaupt nicht einkaufen zu gehen. Erweitern Sie das Nested-Logit-Modell (3) durch ein triviales drittes Nest so, dass auch diese Option berücksichtigt ist und diskutieren Sie das erwartete Vorzeichen des neuen Sensitivitätsparameters bezüglich des Kühlschrank-Füllstands.