

Methoden Verkehrsökonomie für Master-Studierende

Winter semester 2021/22, Tutorial No. 9

Aufgabe 9.1: ML-Schätzung von Trivialen und Konstantenmodellen

- (a) Show that, for the trivial utility function $V_{ni} = 0$, the binomial Logit and Probit trivial models have a choice probability of $P_1 = P_2 = 1/2$. Generalize this result to the MNL.
- (b) Show that, for general discrete-choice models with the likelihood function

$$\ln L(\vec{\beta}) = \sum_{n=1}^N \sum_{i=1}^I y_{ni} \ln P_{ni}(\vec{\beta}), \quad (1)$$

i.e., independent decisions¹, the ML estimation of the AC0-only model $V_{ni} = \sum_{m=1}^{I-1} \beta_m \delta_{mi}$ leads to estimated probabilities

$$\hat{P}_i = \frac{N_i}{N}, \quad N_i = \sum_n y_{ni},$$

i.e., the probabilities are equal to the percentaged total choice number for a certain alternative i . *Hint:* Lagrange multipliers. Also use Lagrange multipliers to show that, for general trivial models with Log-likelihoods according to (1) (i.e., uncorrelated random utilities), the calibrated choice probabilities are given by $P_i = 1/I$. Finally show that, for the binary logit model with $V_{ni} = \beta_1 \delta_{i1}$, the ML estimation of the parameter itself is given by

$$\hat{\beta}_1 = \ln \left(\frac{N}{N_i} - 1 \right).$$

Aufgabe 9.2: Autokauf

Ein Autohausbesitzer verwendet viel Aufwand an Beratung und kostenlosen Probefahrten, obwohl nicht jeder Kunde auch ein Auto kauft. Bei manchen hat er eher den Eindruck, dass sie nur die neuen Modelle probefahren möchten. Um sich besser auf die "ernsthafte" Kundschaft zu fokussieren, fragt er nun unverfänglich jeden Interessenten, wie alt das aktuelle Auto sei und ob er/sie dieses als Neuwagen gekauft habe. Außerdem bietet er unterschiedliche Rabatte an und notiert, ob der Kunde nun ein Auto bei ihm kauft:

¹Within the alternatives, the random utilities (RUs) need *not* to be i.i.d. or even uncorrelated. However, for highly heteroskedastic and/or correlated RUs, the calibrated choice probabilities may not be accessible in some cases, i.e., there are no parameter values to reach them.

| | | | | | | | | | | |
|-----------------------------------|---|---|---|---|----|---|---|----|----|----|
| Alter des aktuellen Autos (Jahre) | 1 | 3 | 5 | 7 | 10 | 5 | 8 | 10 | 12 | 14 |
| Rabatt (1000 €) | 1 | 2 | 3 | 1 | 0 | 3 | 2 | 2 | 1 | 3 |
| Bisher Neuwagen (0=nein,1=ja) | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| Auto gekauft (0=nein,1=ja) | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 |

Die Daten sollen mit dem Binomial-Logit-Modell mit folgenden deterministischen Nutzenfunktionen analysiert werden:

$$V_{ni} = \beta_1 \delta_{i1} + \beta_2 T_n \delta_{i1} + \beta_3 R_n \delta_{i1} + \beta_4 \delta_{i1} \begin{cases} 1 & \text{Neuwagen} \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

(Alternative $i = 1$: Autokauf, Alternative $i = 2$: kein Auto gekauft, n : Personenindex; T_n : Alter des aktuellen Autos in Jahren, R_n : Rabatt für Kunden n in 1000 €).

- Handelte es sich um eine Revealed-Choice oder eine Stated-Choice - Befragung?
- Unterscheiden Sie die Einflussfaktoren nach generischen und sozioökonomischen Variablen sowie alternativenspezifischen Konstanten.
- Kann man das Fahrzeualter auch generisch durch den Nutzenbeitrag $\Delta V_{ni} = T_n$ anstelle von $T_n \delta_{i1}$ modellieren?
- Bei der Maximum-Likelihood-Schätzung müssen vier Merkmalssummen in den Daten und im Modell gleich sein. Formulieren und interpretieren Sie die Merkmalssummen. Geben Sie (i) die in den Daten realisierten, (ii) vom Modell für $\vec{\beta} = 0$ vorausgesagten Werte an.
- Die Modellkalibrierung ergab den geschätzten Parametervektor

$$\hat{\vec{\beta}} = (-9.2, 0.35, 2.2, 1.3)'$$

Warum ist $\hat{\beta}_1$ so negativ?

- Ein neuer Kunde hat zur Zeit ein 5 Jahre altes, damals neu gekauftes Auto. Der Händler bietet 2000 € Rabatt an. Mit welcher Wahrscheinlichkeit greift der Kunde zu?
- Der Händler will nun neben bisherigen Besitz von Neuwagen/kein neu gekauftes Fz auch den bisherigen Besitz von Gebrauchtwagen vom bisherigen Nichtbesitz irgendeines Autos unterscheiden. Wie muss man die deterministischen Nutzenfunktionen erweitern?