Methoden Verkehrsökonometrie für Master-Studierende

Winter semester 2021/22, Tutorial No. 8

Aufgabe 8.1: Elastizitäten

Die Nachfrage für bestimmte gleichartige Flugangebote bei drei Flughäfen für verschiedene Personengruppen in Abhängigkeit der notwendigen Anreisezeiten und der Gesamtkosten war in den letzten Monaten wie folgt:

Gruppe /Flug	1: Flughafen Dresden	2: Flughafen Berlin	3: Flughafen Frankfurt	Wahl Alt. 1	Wahl Alt. 2	Wahl Alt. 3
1	30 min, 250 Eur	120 min, 200 Eur	300 min, 200 Eur	35	36	5
2	150 min, 250 Eur	50 min, 200 Eur	390 min, 200 Eur	4	66	2
3	360 min, 250 Eur	340 min, 200 Eur	50 min, 200 Eur	0	2	73
4	120 min, 220 Eur	120 min, 100 Eur	120 min, 150 Eur	2	55	25
5	100 min, 300 Eur	120 min, 210 Eur	240 min, 150 Eur	0	20	24
6	100 min, 200 Eur	120 min, 250 Eur	120 min, 300 Eur	37	12	4

Die Nachfrage soll mit dem MNL und folgenden Nutzenfunktionen modelliert werden:

$$V_{ni}(\vec{\beta}) = \beta_1 \delta_{i2} + \beta_2 \delta_{i3} + \beta_3 T_{ni} + \beta_4 K_{ni}.$$

Die Maximum-Likelihood-Kalibrierung ergab die Schätzwerte

$$\hat{\beta}_1 = 0.195, \quad \hat{\beta}_2 = 0.581, \quad \hat{\beta}_3 = -0.0130, \quad \hat{\beta}_4 = -0.0244.$$

(a) Diskutieren Sie die Modellierung. Welche Arten von exogenen Variablen wurden berücksichtigt? Werden sie ggf alternativenspezifisch oder generisch modelliert?

(b) Diskutieren Sie die Parameter und ihre Schätzwerte. Sind sie plausibel?

(c) Geben Sie die globalen Bevorzugungen der Flughäfen Berlin und Frankfurt gegenüber Dresden in Minuten und Euro an. Wie hoch ist der implizite Zeitwert in Euro pro Stunde. Wieviel Minuten entspricht eine Nutzeneinheit?

(d) Betrachten Sie nun Personengruppe/Flugziel 6: Mit welcher modellierten Wahrscheinlichkeit wählen Sie Dresden, Berlin oder Frankfurt? Wie sind im Vergleich dazu die relativen Häufigkeiten?

(e) Berechnen Sie für Personengruppe/Flugziel 6 die mikroskopischen Eigenelastizitäten $\epsilon_{6ii}^{(\mathrm{mic,K})}$ und $\epsilon_{6ii}^{(\mathrm{mic,T})}$ aller Flughäfen i bezüglich der Gesamtkosten sowie bezüglich der Anreisezeiten.

(f) Berechnen Sie für diese Personengruppe die mikroskopische Kreuzelastizitäten $\epsilon_{613}^{(\text{mic,K})}$ und $\epsilon_{623}^{(\text{mic,K})}$. Interpretieren Sie den Wert und insbesondere das Vorzeichen. Zeigen Sie außerdem (i) formal, (ii) anschaulich, dass für die Eigen- und Kreuzelastizitäten die Summenbedingung

$$\sum_i P_{ni}\epsilon_{ni3} = 0$$

gelten muss.

(g) Geben Sie für die Flughäfen die Ausdruck (ohne Berechnung) für die makroskopische Preiselastizität $\epsilon_{ii}^{(\text{mac,K})}$ an, wenn man bei allen Flügen Preisänderungen um (i) um einen konstanten absoluten Betrag, (ii) um einen konstanten relativen Betrag betrachtet.

Die Werte seien nun mit

$$\epsilon_{11}^{(\text{mac,K})} = -2.6, \quad \epsilon_{22}^{(\text{mac,K})} = -1.4, \quad \epsilon_{33}^{(\text{mac,K})} = -1.3$$

berechnet. Diskutieren Sie dieses Ergebnis.

(h) Geben Sie die Preis-Reisezeit-Relation für Dresden an, wenn dieser Flughafen genauso viel Gäste für gleichartige Flüge haben soll wie Berlin und in Berlin der Konkurrenzflug 200 Euro kostet und man außerdem mit 2 h für die Anreise nach Berlin rechnen muss. Zeichnen Sie die Preis-Reisezeit-Relation in ein Diagramm auf.

Aufgabe 8.2: Maximum-Likelihood-Methode: Grundlagen

Consider the simplest possible binary model with just one AC. Then, the choice probability does not depend on the decision maker n and each decision is equivalent to a "Bernoulli experiment"

$$i_{\text{selected}} = \begin{cases} \theta & i=1 \\ 1-\theta & i=2 \end{cases}$$

(a) Consider N independent decisions $n = 1, ..., N$.

(i) Verify that the distribution of the sum $N_1 = y$ of decisions for alternative 1 is given by the binomial distribution

$$P(y;\theta) = P_B^{(N,\theta)}(y) = \begin{pmatrix} n \\ y \end{pmatrix} \theta^y (1-\theta)^{N-y}. \tag{1}$$

(ii) Following table shows some evaluated values for $N = 10$:

θ	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	0.70	0.80
$y=1$	0.39	0.27	0.12	0.040	0.0098	0.0016	0.00014	4.1e-06
$y=2$	0.19	0.30	0.23	0.12	0.044	0.011	0.0014	7.4e-05
$y=3$	0.057	0.20	0.27	0.21	0.12	0.042	0.0090	0.00079
$y=4$	0.011	0.088	0.20	0.25	0.21	0.11	0.037	0.0055
$y=5$	0.0015	0.026	0.10	0.20	0.25	0.20	0.10	0.026
$y=6$	0.00014	0.0055	0.037	0.11	0.21	0.25	0.20	0.088
$y=7$	8.7e-06	0.00079	0.0090	0.042	0.12	0.21	0.27	0.20

Read off the table the ML estimate $\hat{\theta}$ if $y = 2$ and $y = 6$ out of $N = 10$ decisions are in favour of alternative 1

(iii) Give the analytical likelihood function $L(\theta)$ for a given number y of decisions for $i = 1$ and perform the ML estimation using either the likelihood or the log-likelihood function

(b) The number of incoming telephone calls during a certain hour is modelled by the Poisson distribution (what are the assumptions for this to be valid?)

$$P(y, \beta_1) = P(y, \mu) = \frac{\mu^y e^{-\mu}}{y!}$$

Some values are given in following table:

μ	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	4.5
$y = 1$	0.37	0.33	0.27	0.21	0.15	0.11	0.073	0.050
$y = 2$	0.18	0.25	0.27	0.26	0.22	0.18	0.15	0.11
$y = 3$	0.061	0.13	0.18	0.21	0.22	0.22	0.20	0.17
$y = 4$	0.015	0.047	0.090	0.13	0.17	0.19	0.20	0.19
$y = 5$	0.0031	0.014	0.036	0.067	0.10	0.13	0.16	0.17

Employee A received two calls, and B, answering a different sort of calls, received four. Give the analytical log-likelihood parameterized for the numbe rof incoming calls and perform the ML estimation (i) using the table, (ii) using the aalytic likelihhod function, and (iii) using the log-likelihood.

(c) The weekly sales Y of a public transport company (quasi-continuous) can be assumed to be Gaussian (what are the conditions for this to be a good approximation?). For the actual sales Y_i in a given week i, we assume $Y_i \sim i.i.d. N(\mu\sigma^2)$ (discuss when this is a good approach!), i.e., the density is given by

$$f(y|\vec{\beta}) = f(y|\mu, \sigma^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(y-\mu)^2}{2\sigma^2}}.$$

(i) Give the log-likelihood $\tilde{L}(\mu, \sigma^2)$ for observations $\vec{y} = (y_1, ..., y_n)'$ in week 1 till week n, respectively. Assume as usual, that for independent events, the combined multivariate probability density is the product of the single densities.

(ii) Perform the ML estimation and compare the result with the OLS estimate for the trivial regression model $y = \mu + \epsilon,\ \epsilon \sim N(0, \sigma^2)$.