Methoden Verkehrsökonometrie für Master-Studierende

Winter semester 2021/22, Tutorial No. 3

Aufgabe 3.1: Hotelauslastung (Mehrfachregression mit Matrizen und Vektoren)

Anhand von 12 Hotels soll untersucht werden, wie sich die Sternezahl x_1 und der Übernachtungspreis x_2 auf die Bettenauslastung auswirken.

Zahl der Sterne	1	1	1	2	2	2	3	3	3	4	4	4
Preis (Euro/Nacht)	15	31	40	34	50	58	67	72	84	82	98	116
Auslastung (%)	42	38	24	76	52	40	90	77	62	90	82	68

Bei der Untersuchung soll der multiple Regressionsansatz $\vec{y} = \underline{\underline{X}}\vec{\beta} + \vec{\epsilon}$ (mit Interzept) zum Einsatz kommen.

(a) Spezifizieren Sie den Vektor $\vec{y}$ und die Matrix $\underline{\underline{X}}$.

(b) Bestimmen Sie den LSE-Schätzer $\hat{\vec{\beta}}$ des Koeffizientenvektors und damit die Schätzfunktion $\hat{\vec{y}} = \hat{\vec{\beta}}'\vec{x}$.

Lösung: $\hat{\beta}_0 = 25.5$, $\hat{\beta}_1 = 38.2$ und $\hat{\beta}_2 = -0.953$.

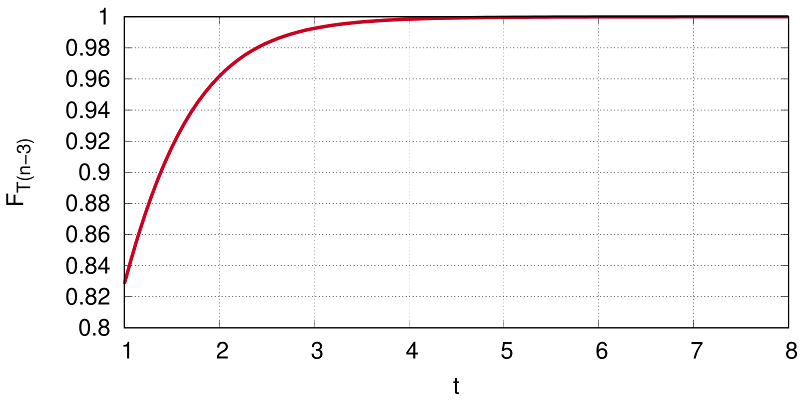
(c) Interpretieren Sie die Werte der geschätzten Anstiegsparameter $\hat{\beta}_1$ und $\hat{\beta}_2$.

(d) Preis und Auslastung korrelieren positiv mit $r = 0.58$, so dass man naiv meinen könnte, dass die Attraktivität mit dem Preis steigt. Dies steht im Widerspruch zum negativen Wert des Schätzers von β_2. Wie kann der Widerspruch aufgelöst werden bzw. in welchem Sinne sind teure Hotels tatsächlich attraktiver?

(e) Die geschätzten Varianz-Kovarianzmatrix der Schätzfehler von $\hat{\vec{\beta}}$ ergibt sich zu

$$\underline{\underline{\hat{V}}}(\hat{\vec{\beta}}) = \begin{pmatrix} 28.0 & -6.4 & -0.11 \\ -6.4 & 26.0 & -0.94 \\ -0.12 & -0.94 & 0.0397 \end{pmatrix}$$

Ist die Sensitivität von der Sternezahl bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit von 5 % signifikant von null verschieden? Kann man die Hypothese ablehnen, dass die Preissensitivität in Wirklichkeit unterhalb von $\beta_2 = -1.5$ liegt? Verwenden Sie den T-Test unter Verwendung einer Quantilstabelle oder lesen Sie das Ergebnis direkt von folgender Verteilungsfunktion der entsprechenden Student-t-Verteilung ab. Ermitteln Sie auch die jeweiligen p-Werte.



(f) Testen Sie nun mit dem F-Test bei einer Fehlerwahrscheinlichkeit von 5 % die verbundene Nullhypothese

$$H_0 : (\beta_1 = 30) \cap (\beta_2 = -0.5)$$

Verwenden Sie dabei die bereits berechneten Fehlerquadratsummen $S_{\text{restr}} = 878.6$ und $S_{\text{min}} = 498.2$ des geschätzten restringierten bzw. vollen Modells und verwenden Sie entweder geeignete Quantilstabellen oder die abgebildete Verteilungsfunktion der entsprechenden Fisher-F-Verteilung. Ermitteln Sie auch hier die jeweiligen p-Werte.