

Verkehrsökometrie für Bachelor- Studierende

Sommersemester 2017, Übung Nr. 10

Aufgabe 10.1: Kilometerleistung von Motorradfahrern

In einer Mobilitätsuntersuchung soll die jährliche Kilometerleistung von Motorradfahrern anhand einer Stichprobe (Umfang 1000) ermittelt werden. Aus Gründen der eindeutigen Identifizierung wird als statistische Einheit „Eine Person, auf die mindestens ein Motorrad zugelassen ist“ verwendet. Die Grundgesamtheit (GG) soll alle derartigen Personen in Deutschland umfassen. Da das Personenregister nicht direkt mit dem Zulassungsregister für Motorräder verknüpft ist, wird letzteres als Ziehungsgrundlage verwendet. Aufgrund der starken Altersabhängigkeit der Fahrleistung werden als Schichtungsmerkmal zwei Altersklassen verwendet:

- Klasse $k = 1$: Motorradbesitzer bis 40 Jahre. Anteil in der Grundgesamtheit 40%; im Mittel 1.1 zugelassene Motorräder.
 - Klasse $k = 2$: Motorradbesitzer über 40 Jahre. Anteil in der Grundgesamtheit 60%; im Mittel 1.5 zugelassene Motorräder.
- (a) Welche relativen und absoluten Häufigkeiten der beiden Altersklassen wird man in der Stichprobe bei Zufallsauswahl im Mittel vorfinden?
- (b) Die relativen Stichprobenhäufigkeiten weichen im Mittel systematisch von denen der GG ab. Ermitteln Sie die Entzerrungsfaktoren, wenn nur die systematische Verzerrung berücksichtigt wird.
- (c) Die Stichprobe wird nun per Zufallsauswahl aus dem Zulassungsregister gezogen und darin 350 Motorradfahrer der Altersklasse 1 und 650 der Altersklasse 2 vorgefunden. Ermitteln Sie die kombinierten Entzerrungsfaktoren für systematische und zufällige Verzerrung für diese konkrete Stichprobe.
- (d) Die (unbekannten und zu schätzenden) Mittelwerte und Standardabweichungen der Fahrleistungen in den beiden Klassen betragen (in km/Jahr)

$$\mu_1 = 4000, \quad \sigma_1 = 2000, \quad \mu_2 = 1000, \quad \sigma_2 = 500.$$

Es wird nun fehlerhafterweise das einfache arithmetische Mittel \bar{X} für die Ermittlung der mittleren Fahrleistung verwendet. Berechnen Sie Erwartungswert von \bar{X} und zeigen Sie, dass \bar{X} nicht erwartungstreu ist. Warum ist es daher nicht sinnvoll, die Varianz zu berechnen?

(e) Ermitteln Sie nun Erwartungswert und Varianz des entzerrten Erwartungswert-Schätzers

$$\hat{\mu}^{(E)}(X) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n E_i X_i$$

mit den Entzerrungsfaktoren aus Teil (c). Vergleichen Sie mit Erwartungswert und Varianz des gewöhnlichen arithmetischen Mittels bei einer gemäss dem Quotenverfahren gezogenen Stichprobe.

Aufgabe 10.2: Personen und Haushalte

In einer Stadt gibt es 50% Einpersonenhaushalte, 20% mit zwei Personen, 12% mit drei Personen, 10% mit vier Personen sowie 8% mit mehr als vier (im Mittel 6) Personen. Eine Stichprobe ($n = 1\,000$) wird mit dem Zufallsverfahren aus dem Personenregister dieser Stadt gezogen. Dabei erhielt man 222 Personen, welche in 1-Personen-Haushalten leben. Die anderen Haushaltsgrößen waren mit 228 (zwei), 150 (drei), 180 (vier) und 220 (fünf oder mehr Personen) vertreten.

- Wie lauten die Entzerrungsfaktoren bezüglich der Haushaltsgrößen, wenn die Grundgesamtheit aus allen Einwohnern dieser Stadt bestehen soll?
- Wie lauten die Entzerrungsfaktoren, wenn anstattdessen alle Haushalte dieser Stadt betrachtet werden sollen?
- Welche relativen Stichprobenanteile an den verschiedenen Haushaltsgrößen werden im Mittel bei sehr häufiger Ziehung der Stichprobe nach obigem Schema erwartet? Wie sind dann die Entzerrungsfaktoren bei Haushalts-Betrachtungen?